第 30 講・三角形と線分の比

例題 1　三角形と線分の比

ポイント

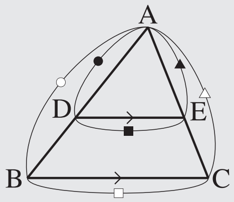
● **三角形と比の定理**

△ABC の直線 AB，AC 上の点をそれぞれ D，E とするとき，

1　DE // BC ならば，AD : AB = AE : AC = DE : BC

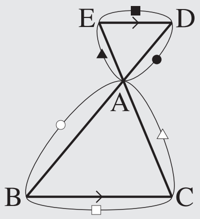
［ピラミッド型］

AD : AB = AE : AC = DE : BC
●　○　▲　△　■　□



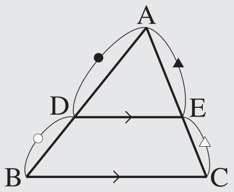
［砂時計型］

AD : AB = AE : AC = DE : BC
●　○　▲　△　■　□



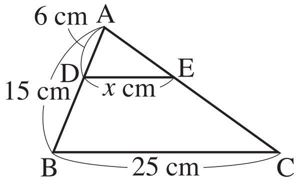
2　DE // BC ならば，AD : DB = AE : EC

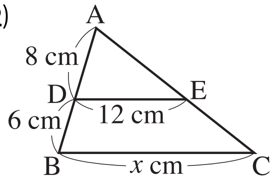
AD : DB = AE : EC
●　○　▲　△

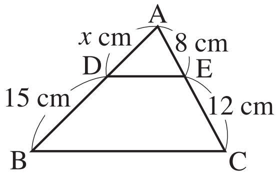


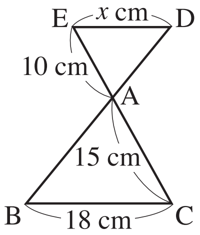
問題

次の図で，DE // BC のとき，x の値を求めなさい。

(1)


(2)


(3)


(4)


解答

(1) DE // BC だから

$AD : AB = DE : BC$

$6 : 15 = x : 25$

$15 \times x = 6 \times 25$

$15x = 150$

$x = \mathbf{10}$　・・・(答)

(2) DE // BC だから

$AD : AB = DE : BC$

$8 : (8 + 6) = 12 : x$

$8 \times x = 14 \times 12$

$8x = 168$

$x = \mathbf{21}$　・・・(答)

(3) DE // BC だから

$AD : DB = AE : EC$

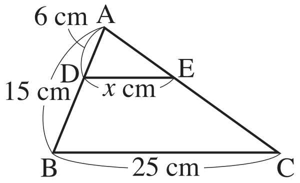
$x : 15 = 8 : 12$

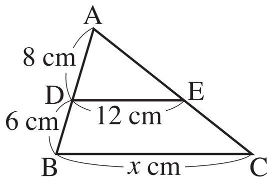
$x \times 12 = 15 \times 8$

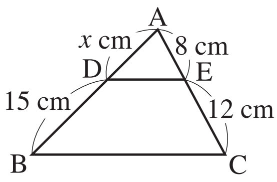
$12x = 120$

$x = \mathbf{10}$　・・・(答)

MEMO

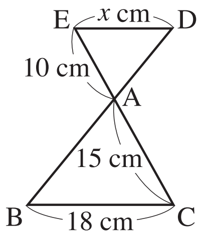
(1)


(2)


(3)


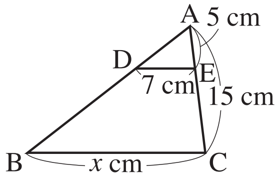
(4)　DE // BC だから

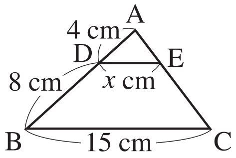
$$AC : AE = BC : DE$$
$$15 : 10 = 18 : x$$
$$15 \times x = 10 \times 18$$
$$15x = 180$$
$$x = \mathbf{12}$$ …(答)

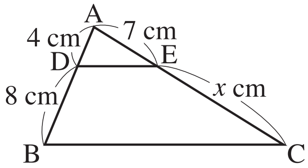
(4)


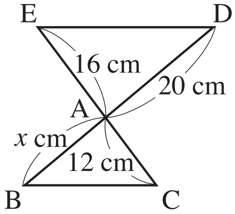
確認テスト 1

次の図で，DE // BC のとき，x の値を求めなさい。

(1)


(2)


(3)


(4)


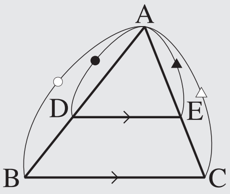
例題 2　線分の比と三角形

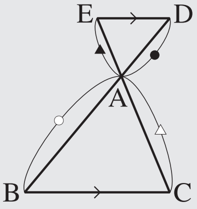
ポイント

● **三角形と比の定理の逆**

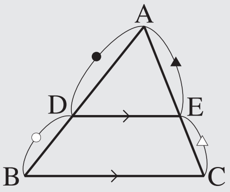
△ABC の直線 AB，AC 上の点をそれぞれ D，E とするとき

1　AD : AB = AE : AC ならば，DE // BC





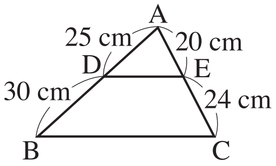
2　AD : DB = AE : EC ならば，DE // BC



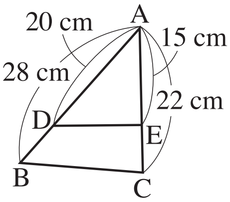
問題

次の図で，DE // BC が成り立つときは○，成り立たないときは×と答えなさい。

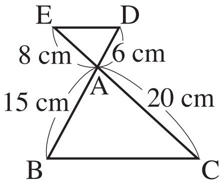
(1)



(2)



(3)



解答

(1)　AD : DB = 25 : 30
　　　　　　= 5 : 6
　　AE : EC = 20 : 24
　　　　　　= 5 : 6

よって，対応する辺の比が等しいから，DE // BC は成り立つ。

○　…(答)

(2)　AD : AB = 20 : 28
　　　　　　= 5 : 7
　　AE : AC = 15 : 22

よって，対応する辺の比が等しくないから，DE // BC は成り立たない。

×　…(答)

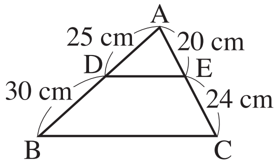
(3)　AD : AB = 6 : 15
　　　　　　= 2 : 5
　　AE : AC = 8 : 20
　　　　　　= 2 : 5

よって，対応する辺の比が等しいから，DE // BC は成り立つ。

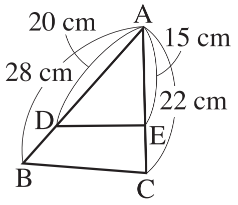
○　…(答)

MEMO

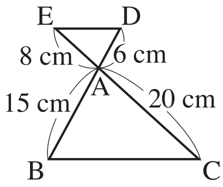
(1)



(2)



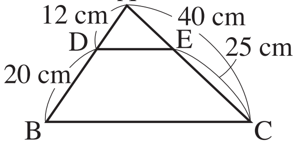
(3)



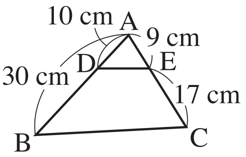
確認テスト 2

次の図で，DE // BC が成り立つときは○，成り立たないときは×と答えなさい。

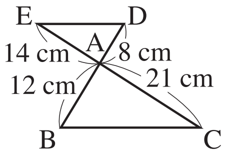
(1)



(2)



(3)



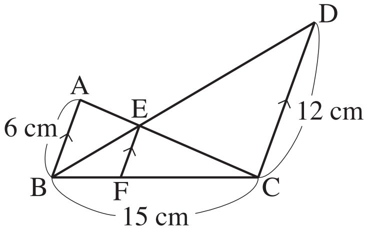
例題 3　三角形と線分の比の応用問題

問題

右の図のように，辺 BC を共有する △ABC と △DBC がある。点 E は辺 AC，BD の交点，点 F は辺 BC 上の点で，AB∥EF∥DC である。AB = 6 cm，BC = 15 cm，CD = 12 cm のとき，次の問いに答えなさい。

⑴　線分 EF の長さを求めなさい。

⑵　線分 FC の長さを求めなさい。



解答

⑴　△ABE と △CDE について，AB∥CD より

$AE : CE = AB : CD$

$= 6 : 12$

$= 1 : 2$

△CEF と △CAB について，AB∥EF より

$EF : AB = CE : CA$

$EF : 6 = 2 : (2 + 1)$

$EF \times 3 = 6 \times 2$

$3EF = 12$

EF = **4（cm）**　…(答)

⑵　△CEF と △CAB について，AB∥EF より

$FC : BC = EC : AC$

$FC : 15 = 2 : 3$

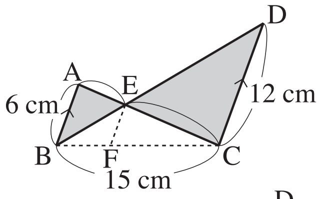
$FC \times 3 = 15 \times 2$

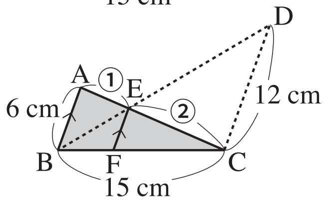
$3FC = 30$

FC = **10（cm）**　…(答)

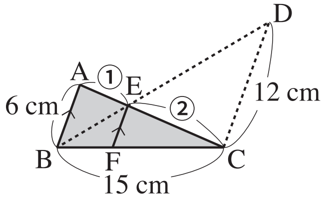
MEMO

⑴



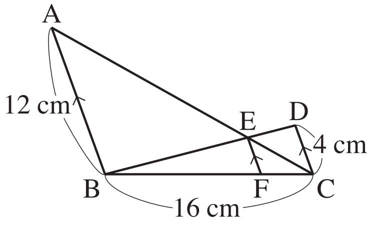


⑵



確認テスト 3

右の図のように，辺 BC を共有する △ABC と △DBC がある。点 E は辺 AC，BD の交点，点 F は辺 BC 上の点で，AB∥EF∥DC である。AB = 12 cm，BC = 16 cm，CD = 4 cm のとき，次の問いに答えなさい。

⑴　線分 EF の長さを求めなさい。

⑵　線分 FC の長さを求めなさい。